

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: (ID: 756488) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)-1 > 0$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$ C. $(5; +\infty)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 2: (ID: 756489) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Câu 3: (ID: 756490) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	-	0
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 4: (ID: 756491) Khối lượng các gói kẹo được đóng gói (đơn vị là kg) được thống kê ở bảng sau.

Khối lượng (kg)	$[1,5;1,7)$	$[1,7;1,9)$	$[1,9;2,1)$	$[2,1;2,3)$	$[2,3;2,5)$
Số gói kẹo	3	5	23	5	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 0,08 B. 0,07 C. 0,09 D. 0,04

Câu 5: (ID: 756492) Nghiệm của phương trình $3^x = \frac{1}{9}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 6: (ID: 756493) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

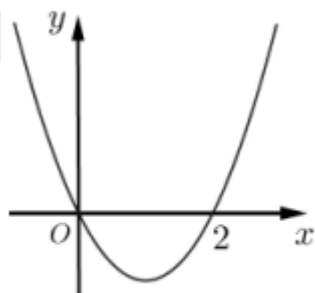
Câu 7: (ID: 756494) Trong không gian Oxyz cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-3; 5; 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành là

- A. $(-2, 8, -3)$. B. $(-4, 8, -3)$. C. $(-4, 8, -5)$. D. $(-2, 2, 5)$.

Câu 8: (ID: 756495) Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4 B. 6 C. $\frac{1}{2}$. D. -6

Câu 9: (ID: 756496) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-1; 0)$. B. $(3; 4)$. C. $(2; 3)$. D. $(1; 2)$.

Câu 10: (ID: 756497) Một cái hộp chứa 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để hai viên bi lấy được đều là viên bi màu xanh.

- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{7}{9}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{11}{12}$.

Câu 11: (ID: 756498) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 2 B. 18 C. -2 D. 0

Câu 12: (ID: 756499) Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 10 B. 6 C. 7 D. 15

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: (ID: 756518) Bạn Tuấn gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện và bạn Minh chọn ngẫu nhiên một lá bài từ một bộ bài tú la khơ có 52 lá bài.

a) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm bằng $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất để Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{13}$.

c) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm và Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{26}$.

d) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $\frac{1}{16}$.

Câu 2: (ID: 756523) Xét một chất điểm chuyển động trên một trục thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên. Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $S(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 2, t \geq 0$.

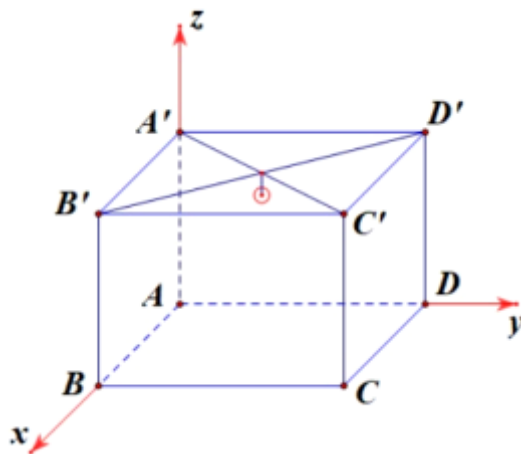
a) Hàm vận tốc của chất điểm là $v(t) = -3t^2 + 18t - 15$.

b) Vận tốc của chất điểm sau 2 giây là 9(m/s).

c) Vận tốc của chất điểm lớn nhất tại thời điểm $t = 2$ giây.

d) Trong 6 giây đầu tiên chất điểm di chuyển được quãng đường là 20 mét.

Câu 3: (ID: 756524) Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với $AB = 6$ m, $AD = 7$ m, $AA' = 3,5$ m. Một bóng đèn được treo ở vị trí chính giữa trần nhà của phòng học và cách trần nhà 0,5 m. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho gốc O trùng với điểm A , các điểm B, D, A' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz.



a) Điểm D có tọa độ là $(0; 7; 0)$.

b) Các điểm C, D có tung độ bằng nhau.

c) Vectơ $\overrightarrow{C'D'}$ có tọa độ $(6; 0; 0)$

d) Bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3,5)$.

Câu 4: (ID: 756626) Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{e^x}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

b) $f'(x) = \frac{-2x^2 + 7x - 3}{e^{2x}}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong $(0; 4)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trong $(0; 4)$ bằng $\frac{9}{e^3}$.

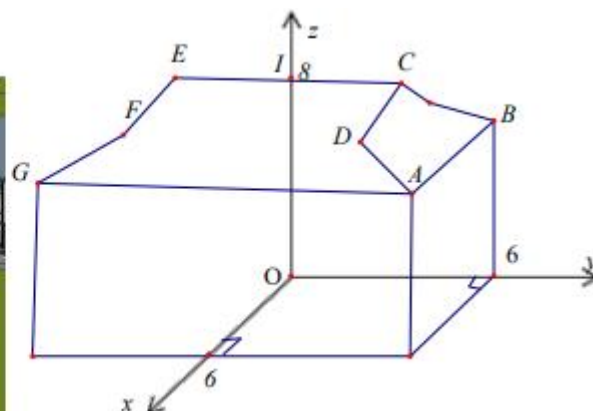
III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: (ID: 756663) Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuấn (người từng đoạt huy chương vàng đơn nam môn bóng bàn tại Seagames 31) với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set (séc), người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuấn thắng mỗi set là 0,6. Tính xác suất để vận động viên Tuấn giành chiến thắng trong trận đấu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2: (ID: 756664) Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$.

Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 3: (ID: 756687) Con bão Yagi gây thiệt hại nghiêm trọng về người và tài sản cho nước ta, trong đó nặng nề nhất là tại thôn Làng Nủ, xã Phúc Khánh, huyện Bảo Yên, tỉnh Lào Cai, lũ quét và sạt lở đất đã vùi lấp 40 ngôi nhà. Cả nước đã chung tay ủng hộ và xây dựng lại nhà sàn cho người dân Làng Nủ theo thiết kế như hình vẽ dưới đây.



Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm $G(6; -6; 6)$; $C(3; 4; 8)$; $F(4; -4; 7)$ và điểm I là trung điểm CE .

Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng α° . Tìm α (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

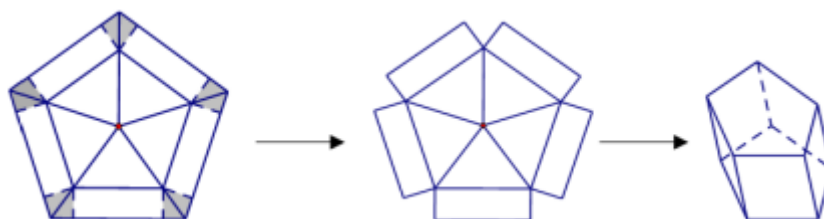
Câu 4: (ID: 756748) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình vuông ABCD có $B(3;0;8)$, $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, điểm $M(x;y;z)$ thuộc đường thẳng CD sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x - y + z$.

Câu 5: (ID: 756751) Cho một tấm tôn hình một ngũ giác đều có cạnh bằng 6 dm. Người ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Cắt ở mỗi đỉnh của ngũ giác đều đó hai tam giác vuông bằng nhau.

Bước 2: Cắt theo nét đứt đoạn để thu được hình hộp bởi một ngũ giác đều và năm hình chữ nhật.

Bước 3: Gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ ngũ giác đều (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối? (làm tròn kết quả đến hàng chục).

Câu 6: (ID: 756833) Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg ($5 \leq x \leq 20$).

Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 + 19x + 300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng /kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.C	2.B	3.D	4.D	5.D	6.A
7.B	8.A	9.D	10.C	11.B	12.A

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Giải bất phương trình logarit.

Cách giải:

$$\log_3(x-2)-1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x-2) > 1$$

$$\Leftrightarrow x-2 > 3$$

$$\Leftrightarrow x > 5$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(5; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Công thức tính tích vô hướng của hai vector.

Cách giải:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3.2 + 0.1 + 1.0 = 6$$

Chọn B.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Dựa vào bảng biến thiên.

Cách giải:

Khẳng định đúng là hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn D.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Công thức tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm.

Cách giải:

Ta có:

Khối lượng (kg)	[1,5;1,7)	[1,7;1,9)	[1,9;2,1)	[2,1;2,3)	[2,3;2,5)
Giá trị đại diện	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
Số gói kẹo	3	5	23	5	4

Số trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{3.1,6 + 5.1,8 + 23.2 + 5.2,2 + 4.2,4}{40} = 2,01.$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{3.1,6^2 + 5.1,8^2 + 23.2^2 + 5.2,2^2 + 4.2,4^2}{40} - 2,01^2 \approx 0,04.$$

Chọn D.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Giải phương trình mũ.

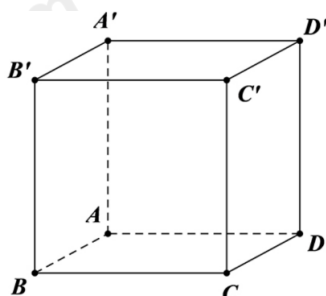
Cách giải:

Ta có: $3^x = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-2} \Leftrightarrow x = -2$

Chọn D.

Câu 6 (NB):

Cách giải:



Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{CD}$ nên mệnh đề sai là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Chọn A.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Cách giải:

Gọi tọa độ điểm $D(x; y; z)$.

Tứ giác ABCD là hình bình hành thì

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 1 \\ 5 - y = -3 \\ 1 - z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 8 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy $D(-4; 8; -3)$.

Chọn B.

Câu 8 (NB):

Cách giải:

Có $u_2 = u_1 \cdot q$

Suy ra công bội của cấp số nhân là $\frac{u_2}{u_1} = \frac{8}{2} = 4$.

Chọn A.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị đạo hàm của hàm số.

Cách giải:

Ta thấy trong khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm $y = f'(x)$ nằm bên dưới trục hoành.

Suy ra $f'(x) < 0$ với $x \in (0; 2)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển.

Cách giải:

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$

Gọi A là biến cố: “Hai viên bi lấy được đều là viên bi màu xanh”.

Ta có $n(A) = C_4^2 = 6$

Xác suất để hai viên bi lấy được đều là viên bi màu xanh là $P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên một đoạn.

Cách giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 3] \\ x = 1 \end{cases}$.

$y(0) = 0; y(3) = 18; y(1) = -2$

Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 18.

Chọn B.

Câu 12 (NB):

Cách giải:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 15 - 5 = 10$

Chọn A.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	SĐSS	ĐĐSS	ĐĐSS	SSĐĐ

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển.

Cách giải:

a) Sai: Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm bằng $\frac{1}{6}$.

b) Đúng: Có 4 lá bài Át trong bộ bài.

Vậy xác suất để Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

c) Sai: Theo công thức nhân xác suất, ta có xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm và Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{78}$.

d) Sai: Xác suất để xúc xắc có số chấm trùng với số của lá bài là $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{78}$.

Có 6 trường hợp để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau.

Vậy theo công thức cộng xác suất, ta có xác suất cần tính là $6 \cdot \frac{1}{78} = \frac{1}{13}$.

Câu 2 (VD):

Cách giải:

a) Đúng: Hàm vận tốc của chất điểm:

$v(t) = S'(t) = -3t^2 + 18t - 15.$

b) Đúng: Vận tốc của chất điểm sau 2 giây là $v(2) = 9 \text{ (m/s)}$.

c) Sai: Ta có

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

Bảng biến thiên:

t	0	3	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	-15	3	$-\infty$

Vậy vận tốc của chất điểm lớn nhất tại thời điểm $t = 3$ giây.

d) Sai: Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 6 giây đầu tiên là:

$$\int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 (-3t^2 + 18t - 15) dt = 18 \text{ (m)}$$

Câu 3 (VD):

Cách giải:

a) Đúng: Có điểm A trùng với gốc tọa độ O, $D \in Oy \Rightarrow D(0; y_D; 0)$.

Mà $AD = 7$, suy ra $y_D = 7$

Hay $D(0; 7; 0)$.

b) Đúng: Các điểm C, D có tung độ bằng nhau và bằng 7.

c) Sai: Ta có tọa độ điểm $D'(0; 7; 3, 5)$ và điểm $C'(6; 7; 3, 5)$.

Suy ra vector $\overrightarrow{CD'}(-6; 0; 0)$.

d) Sai: Ta có điểm $A'(0; 0; 3, 5)$ và điểm $C'(6; 7; 3, 5)$.

$$\text{Tọa độ trung điểm của } A'C' \text{ là } \left(\frac{6+0}{2}; \frac{7+0}{2}; \frac{3,5+3,5}{2} \right) = (3; 3,5; 3,5).$$

Mà bóng đèn được treo cách trần nhà 0,5 m.

Vậy bóng đèn nằm tại vị trí có tọa độ $(3; 3,5; 3)$.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Khảo sát hàm phân thức.

Cách giải:

a) Sai: Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.

b) Sai: Ta có $f'(x) = \frac{(4x-3)e^x - (2x^2-3x)e^x}{e^{2x}} = \frac{-2x^2+7x-3}{e^x}$.

c) Đúng: Có phương trình:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \in (0; 4) \\ x = 3 \in (0; 4) \end{cases}$$

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong $(0; 4)$.

d) Đúng: Ta có:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2}}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{-1}{e^{\frac{1}{2}}}; \quad f(3) = \frac{2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3}{e^3} = \frac{9}{e^3}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trong $(0; 4)$ bằng $\frac{9}{e^3}$.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,68	16	45	7	37,9	11

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Chia trường hợp, áp dụng công thức cộng xác suất.

Cách giải:

Để vận động viên Tuấn giành chiến thắng, anh ta cần thắng 3 séc trước đối thủ.

Các trường hợp có thể xảy ra là:

+) TH1: Vận động viên Tuấn thắng 3 set đầu tiên, xác suất là: $0,6^3 = 0,216$.

+) TH2: Trong 3 set đầu, vận động viên thắng 2 set, thua 1 set thì có $C_3^2 = 3$ cách.

Xác suất vận động viên thắng 2 set, thua 1 set và thắng ở set thứ 4 là

$$3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,2592.$$

+) TH3: Trong 4 set đầu, vận động viên thắng 2 set, thua 2 set thì có $C_4^2 = 6$ cách

Xác suất vận động viên thắng 2 set, thua 1 set và thắng ở set thứ 4 là

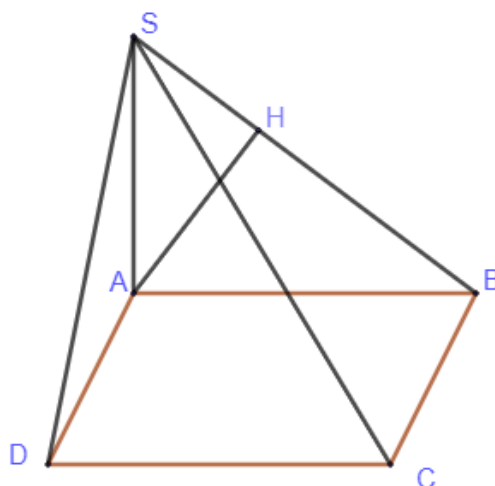
$$6 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6 = 0,20736.$$

Áp dụng công thức cộng xác suất, ta có xác suất để vận động viên Tuấn giành chiến thắng trong trận đấu là:

$$0,216 + 0,2592 + 0,20736 \approx 0,68.$$

Câu 2 (TH):

Cách giải:



Kẻ $AH \perp SD, (H \in SD)$.

Ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD là $AH = \frac{12}{5}$.

Xét tam giác vuông SAD., có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2}$,

Lại có $SA = 3, AH = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \left(\frac{5}{12}\right)^2 - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{16}$

Hay $AD = 4$.

Thể tích hình chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AD^2 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4^2 = 16$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Tìm tọa độ các điểm A, B, D.

Áp dụng công thức tính góc giữa 2 vector.

Cách giải:

Ta có CDFE là hình chữ nhật và I là trung điểm của CE, nên F và D đối xứng nhau qua mặt phẳng Oxz.

Có $F(4; -4; 7)$, suy ra $D(4; 4; 7)$.

Xét hình thang ADFG, có A đối xứng với G qua mặt Oxz.

Có $G(6; -6; 6)$, suy ra $A(6; 6; 6)$.

Ta có điểm B nằm trên mặt Oxz., tọa độ điểm $B(0; 6; 6)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}(-6; 0; 0)$ và $\overrightarrow{DC}(-1; 0; 1)$, có:

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DC}|} = \frac{6}{\sqrt{6^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng 45° .

Câu 4 (VD):

Cách giải:

Gọi O là trung điểm đường chéo BD, có

$$O = \left(\frac{-2}{2}, \frac{-4}{2}, \frac{8}{2} \right) = (-1, -2, 4).$$

Giả sử $A = (a, b, 0)$. Khi đó, vì O là trung điểm của AC nên $C(-2-a; -4-b; 8)$.

$$\overrightarrow{OA}(a+1, b+2, -4) \text{ và } \overrightarrow{OB}(4, 2, 4).$$

Vì 2 đường chéo vuông góc nên: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow 4(a+1) + 2(b+2) - 16 = 0$

$$4a + 4 + 2b + 4 - 16 = 0 \Rightarrow 4a + 2b - 8 = 0 \Rightarrow 2a + b = 4$$

Độ dài $\overrightarrow{OA}$ bằng nửa đường chéo của hình vuông.

$$\text{Ta có: } |BD| = \sqrt{(3-(-5))^2 + (0-(-4))^2 + (8-0)^2} = \sqrt{8^2 + 4^2 + 8^2} = 12$$

$$\text{Nên } |\overrightarrow{OA}| = \frac{12}{2} = 6.$$

$$\text{Do đó: } (a+1)^2 + (b+2)^2 + (-4)^2 = 36 \Rightarrow (a+1)^2 + (b+2)^2 = 20.$$

Ta cần a, b nguyên thỏa $2a + b = 4$ và $(a+1)^2 + (b+2)^2 = 20$

Dễ nhận thấy $a=1$ và $b=2$ thỏa mãn

Vậy $A = (1, 2, 0)$. Suy ra $C(-3, -6, 8)$.

Ta có các đỉnh: $A = (1, 2, 0), B = (3, 0, 8), C = (-3, -6, 8), D = (-5, -4, 0)$.

Tìm điểm $M(x, y, z)$ thuộc đường thẳng CD sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Có $\overrightarrow{CD}(-2, 2, -8)$

Điểm M thuộc đường thẳng CD, nên $M(-3-2t, -6+2t, 8-8t), t \in \mathbb{R}$.

Có $\overrightarrow{MA}(4+2t, 8-2t, 8t-8); \overrightarrow{MB}(6+2t, 6-2t, 8t)$.

Suy ra $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$

$$= [(4+2t) + 2(6+2t), (8-2t) + 2(6-2t), (8t-8) + 2(8t)]$$

$$= (16+6t, 20-6t, 24t-8).$$

Xét hàm số:

$$f(t) = (16+6t)^2 + (20-6t)^2 + (24t-8)^2 = 720 - 432t + 648t^2.$$

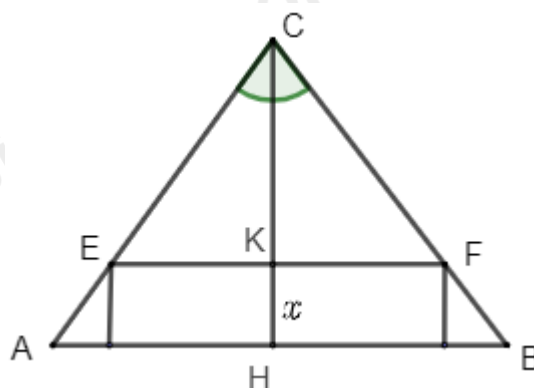
Hàm $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \frac{1}{3}$

Suy ra $M\left(-\frac{11}{3}, -\frac{16}{3}, \frac{16}{3}\right)$.

Vậy $x - y + z = 7$.

Câu 5 (VD):

Cách giải:



Ngũ giác được chia thành 5 tam giác.

Xét tam giác ABC cân tại C có $\angle ACB = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ C xuống AB, có $AB = 6, AH = BH = 3$.

Mặt khác CH là đường phân giác góc C, có $\angle AHC = \angle BHC = 36^\circ$

Suy ra $CH = \frac{AH}{\tan 36^\circ} = \frac{3}{\tan 36^\circ}$

Đặt $KH = x$, khi đó $KH = x$ là đường cao của khối lăng trụ và

$CK = CH - KH = \frac{3}{\tan 36^\circ} - x$

Xét tam giác vuông CEK, có

$\tan 36^\circ = \frac{EK}{CK} \Rightarrow EK = CK \cdot \tan 36^\circ = \left(\frac{3}{\tan 36^\circ} - x\right) \cdot \tan 36^\circ$

Suy ra $EF = 2EK = 2 \cdot \tan 36^\circ \cdot \left(\frac{3}{\tan 36^\circ} - x\right)$

Diện tích tam giác CEF: $S = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot CK = \tan 36^\circ \cdot \left(\frac{3}{\tan 36^\circ} - x\right)^2$

Diện tích đáy khối lăng trụ là $5S = 5 \cdot \tan 36^\circ \cdot \left(\frac{3}{\tan 36^\circ} - x\right)^2$

Thể tích khối lăng trụ là $V = 5x \cdot \tan 36^\circ \cdot \left(\frac{3}{\tan 36^\circ} - x \right)^2$ (*)

Xét hàm số $f(x) = x \tan 36^\circ \cdot \left(\frac{3}{\tan 36^\circ} - x \right)^2 = x^3 - \frac{6}{\tan 36^\circ} x^2 + \frac{9}{\tan^2 36^\circ} x$

Có $f'(x) = 3x^2 - \frac{12}{\tan 36^\circ} x + \frac{9}{\tan^2 36^\circ} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 4,13 \\ x \approx 1,38 \end{cases}$

Thay hai giá trị của x vào (*), ta được thể tích lớn nhất của khối lăng trụ là: $V(1,38) \approx 37,9$.

Câu 62 (VD):

Phương pháp:

Khảo sát hàm lợi nhuận: $P(x) = 316x - x^3 + 3x^2 - 19x - 300$.

Cách giải:

Lợi nhuận mà hộ sản xuất thu được là:

$$P(x) = 316x - x^3 + 3x^2 - 19x - 300.$$

Xét hàm số $P(x) = -x^3 + 3x^2 + 297x - 300$

Có $P'(x) = -3x^2 + 6x + 297 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -9 \text{ (Loại)} \end{cases}$

Hàm số $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 11$.

Vậy hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 11 kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất.